

Q10 2018

Determinare quali sono i valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ per cui la funzione $y(x) = e^{kx+2}$ è soluzione dell'equazione differenziale $y'' - 2y' - 3y = 0$

- 10** Consideriamo la funzione $y(x) = 2e^{kx+2}$, con $k \in \mathbb{R}$, e imponiamo che sia soluzione dell'equazione differenziale:

$$y'' - 2y' - 3y = 0.$$

Calcoliamo le derivate prima e seconda della funzione:

$$y' = 2ke^{kx+2}; \quad y'' = 2k^2e^{kx+2}.$$

Sostituiamo y , y' e y'' nell'equazione differenziale:

$$2k^2e^{kx+2} - 4ke^{kx+2} - 6e^{kx+2} = 0 \rightarrow 2e^{kx+2}(k^2 - 2k - 3) = 0.$$

Poiché $2e^{kx+2} > 0$ per ogni k e per ogni x reali, deve essere:

$$k^2 - 2k - 3 = 0 \rightarrow k = 1 \pm 2 \rightarrow k_1 = 3 \vee k_2 = -1.$$

Pertanto i valori del parametro k che soddisfano la richiesta sono $k_1 = 3$ e $k_2 = -1$.